



Le rappresentazioni dei numeri

ed i sistemi numerici
nell'antichità



Alle origini

All'inizio della storia dell'uomo i numeri non esistevano.

Gli uomini però iniziarono molto presto ad avere l'esigenza di registrare le quantità e contare.

Iniziarono con un modo molto semplice anche se molto laborioso.

Facevano un segno, ad esempio una tacca su un pezzo di legno, per ogni elemento che vedevano. Poi usavano i segni tracciati per verificare che la quantità rimanesse sempre la stessa.

Prima di far uscire i suoi animali al pascolo, per esempio, un pastore poteva incidere su un bastone una tacca per ogni pecora che vedeva; la sera controllava che fossero rientrate nel recinto tante pecore quante erano le tacche segnate. In questo modo poteva essere sicuro di non averne persa nemmeno

una, anche se, non conoscendo i numeri, non poteva sapere con precisione quante pecore aveva: se gli avessimo fatto questa domanda, avrebbe risposto semplicemente "poche" o "tante".

Poi, piano piano, l'uomo ha cominciato a usare **simboli** per rappresentare diverse quantità: era un sistema molto più rapido e comodo e, soprattutto, permetteva di considerare anche grandi quantità. Poter scrivere 1000 anziché dover incidere mille tacche su un bastone era molto più veloce!

È per questo che sono nati i **numeri**, anche se inizialmente molto diversi da come li conosciamo oggi: civiltà diverse usavano diversi tipi di numeri.

Il sistema di numerazione sumero

Il sistema di numerazione sumero risale al 3000 a.C. ed era utilizzato principalmente in ambito amministrativo ed economico: registrazioni e conteggi di scambio di provviste o salari.

Il sistema di numerazione sumero è il primo ad introdurre la base **sessagesimale** (60) che ancora oggi utilizziamo per **misurare il tempo** e gli **angoli**.

I Sumeri scrivevano su **tavolette di argilla fresca**, materia molto facile da reperire nella loro terra, la Mesopotamia. Per incidere l'argilla fresca utilizzavano **stili di canna** o di **avorio**, con una punta detta calamo che poteva imprimere due tipi di segno a seconda dell'inclinazione

chiodo



cuneo



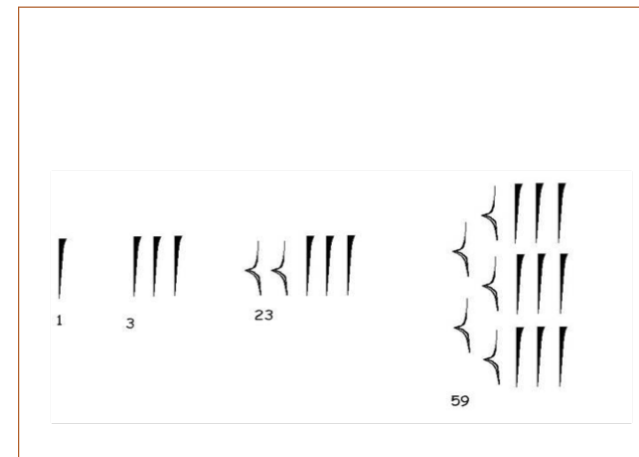
Sulle tavolette ritrovate, troviamo su un lato gli oggetti dello scambio e sull'altro l'incisione dei numeri che ne rappresentano la quantità.



tavoletta sumera

Il sistema di numerazione sumero fino al numero 60 è un sistema **additivo**

┆	1	┆┆	2	┆┆┆	3	┆▽	4
┆┆	5	┆┆┆	6	┆▽	7	┆┆▽	8
┆┆┆	9	<	10	<┆	11	<┆┆	12
<┆┆	13	<┆▽	14	<┆┆	15	<┆┆┆	16
<┆▽	17	<┆┆	18	<┆┆┆	19	«	20
«	30	«	40	«	50	┆	60



Per rappresentare numeri superiori al 60, il sistema diventava **posizionale**, ma presentava una grande ambiguità: uno stesso simbolo poteva assumere valori numerici diversi a seconda della distanza dagli altri.



Il sistema di numerazione babilonese

I Babilonesi adottarono il sistema di numerazione dei Sumeri, ma rappresentavano solo due numeri, l'1 e il 10, invece dei sei sumeri. Con uno stilo sull'argilla tracciavano il chiodo e la coda di rondine, che indicavano 1 e 10. I numeri da 1 a 59 erano rappresentati in maniera additiva, ripetendo ognuno di questi segni quante volte era necessario.

1	∩	11	∩∩	21	∩∩∩	31	∩∩∩∩	41	∩∩∩∩∩	51	∩∩∩∩∩∩
2	∩∩	12	∩∩∩	22	∩∩∩∩	32	∩∩∩∩∩	42	∩∩∩∩∩∩	52	∩∩∩∩∩∩∩
3	∩∩∩	13	∩∩∩∩	23	∩∩∩∩∩	33	∩∩∩∩∩∩	43	∩∩∩∩∩∩∩	53	∩∩∩∩∩∩∩∩
4	∩∩∩∩	14	∩∩∩∩∩	24	∩∩∩∩∩∩	34	∩∩∩∩∩∩∩	44	∩∩∩∩∩∩∩∩	54	∩∩∩∩∩∩∩∩∩
5	∩∩∩∩∩	15	∩∩∩∩∩∩	25	∩∩∩∩∩∩∩	35	∩∩∩∩∩∩∩∩	45	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	55	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩
6	∩∩∩∩∩∩	16	∩∩∩∩∩∩∩	26	∩∩∩∩∩∩∩∩	36	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	46	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	56	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩
7	∩∩∩∩∩∩∩	17	∩∩∩∩∩∩∩∩	27	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	37	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	47	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	57	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩
8	∩∩∩∩∩∩∩∩	18	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	28	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	38	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	48	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	58	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩
9	∩∩∩∩∩∩∩∩∩	19	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	29	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	39	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	49	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩	59	∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩∩
10	∩	20	∩∩	30	∩∩∩	40	∩∩∩∩	50	∩∩∩∩∩		

Sistema di numerazione egizio

I numeri egiziani geroglifici utilizzavano la ripetizione di una sequenza di simboli corrispondenti a uno, dieci, cento, mille, diecimila, centomila e un milione.

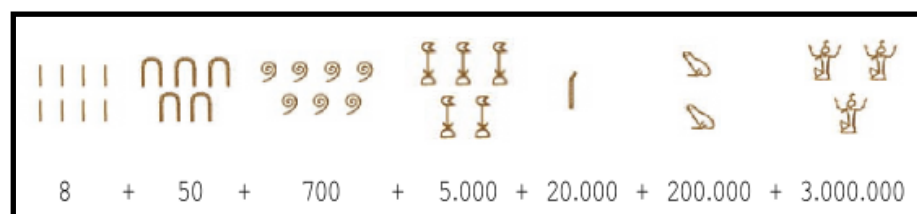
1	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000
⋮	∩	⊙	🪷	👉	🐟	👤
asta verticale	osso del tallone	corda avvolta	fiore di loto	dito che indica	pesce	uomo sorpreso

Per contare da 1 a 9 si ripeteva il tratto verticale che rappresenta l'unità; ad esempio 4 si scriveva semplicemente IIII.

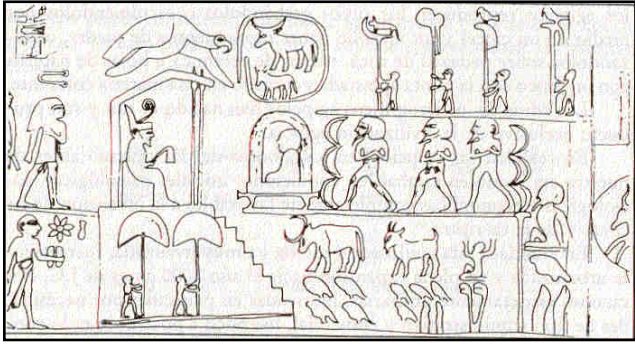
Con l'eccezione del simbolo dell'unità, i numeri egiziani geroglifici non sono in relazione diretta con le grandezze rappresentate, si pensa che alcuni siano

legati al suono delle parole utilizzate per rappresentare i numeri.

I simboli venivano scritti da destra a sinistra; ad esempio il numero 3.225.758 veniva scritto così:



Uno degli esempi più antichi di questi numerali appare sull'impugnatura di una mazza da guerra appartenuta a re Narmer (3000-2900 a.C.): i numeri rappresentavano il bottino militare che consisteva in 400.000 buoi, 1.422.000 capre e 120.000 prigionieri. Nella figura si notano le immagini di un bue, di una capra e di un uomo seduto sopra i numeri.



Nel sistema di numerazione egizio **il numero zero non esisteva**: l'esigenza dello zero sorge quando non c'è nulla da contare, ma in questo caso semplicemente non scrivevano alcun simbolo. Lo zero appare solo con i primi sistemi di numerazione posizionale.



Il papiro di Rhind

Il papiro di Rhind è il più grande documento egizio di matematica.

Nota anche come **papiro di Ahmes**, dal nome dello scriba che lo trascrisse; risale al 1650 a.C.

Pare che questo documento (30cm x 5,46 m) fosse un testo di carattere didattico orientato alle applicazioni pratiche.

Contiene le soluzioni di 85 problemi matematici ricorrenti nella vita quotidiana degli uomini di affari, degli agrimensori e dei costruttori.

In un angolo del papiro, in mezzo a tanti calcoli seri, Ahmes trova lo spazio per scrivere un gioco, conosciuto come il problema 79 del papiro di Rhind.:

I gatti di Ahems

In una proprietà ci sono 7 case.

In ogni casa ci sono 7 gatti.

Ogni gatto acchiappa 7 topi.

Ogni topo mangia 7 spighe.

Ogni spiga dà 7 heqat di grano.

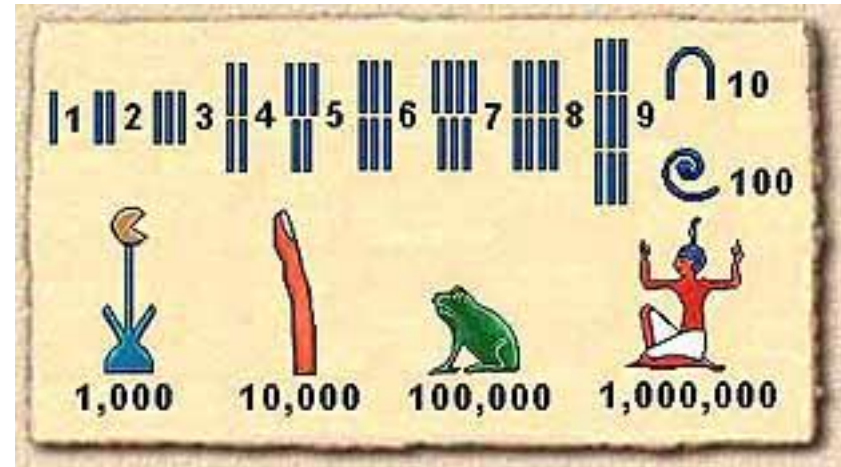
Quante cose ci sono in tutto in questa storia?

Nota: l'heqat era misura di capacità pari a circa 4,785 litri.

Il numero 7

La scelta di Ahmes del numero 7 non è casuale.

Il numero 7 era sacro per gli Egizi e su quello fondarono gli elementi di tutte le scienze :7 pianeti; divisione del mese lunare in cicli di 7 giorni (da cui deriva l'origine della nostra settimana), 7 simboli numerici.



I 7 simboli della numerazione decimale egiziana

I simboli:

unità- tratto di corda verticale

decine- tratto di corda a forma di ferro di cavallo.

centinaia- tratto di corda avvolta. La corda nella matematica egizia era un vero e proprio strumento di misura: gli agrimensori del faraone erano anche noti come "tenditori di corde" perché utilizzavano le corde per delimitare e poi misurare perimetro ed

area dei terreni agricoli, per il pagamento delle tasse.

mille- fiore di loto, fiore sacro

diecimila- il dito teso ad indicare le innumerevoli stelle del cielo

centomila-rana, perché compariva dopo l'inondazione del Nilo ed era simbolo di abbondanza

milione-omino inginocchiato con le braccia al cielo ad indicare un numero enorme, divino.

Quello egizio è stato il primo sistema di **numerazione decimale non posizionale** della storia, ma addizionale, a differenza di quello che invece utilizziamo noi.

Ciò significa che la posizione che una determinata cifra occupa all'interno di un numero egizio non conferisce alla cifra un valore di volta in volta

diverso; è la cifra stessa a possedere un intrinseco valore quantitativo, che prescinde dalla posizione del simbolo all'interno del numero stesso. Ogni simbolo aveva un suo specifico valore. La somma di tutte le cifre che comparivano all'interno del numero davano il valore numerico complessivo: questo sistema numerico viene chiamato **additivo**.

Le moltiplicazioni

Sul papiro c'è scritto anche come si risolvevano le moltiplicazioni; un modo un po' complicato, ma senz'altro efficace. Esistono infatti tanti modi per risolvere anche una semplice operazione e col passare del tempo e nei luoghi diversi del mondo, le operazioni, ieri come oggi, non si risolvono sempre con la solita tecnica.



La moltiplicazione egizia-tecnica

moltiplicazione: $15 \times 33 =$

Tecnica: si scriveva su una colonna il numero 1 e sulla colonna vicina il numero 15. Poi si procedeva in verticale moltiplicando sempre il numero di una riga per due e trascrivendo il risultato nella riga sotto e scrivevano:

1	15
2	30
4	60
8	120
16	240
32	480

Ci si fermava nella trascrizione dei risultati nel momento in cui il numero successivo della prima colonna superava di grandezza il secondo numero della moltiplicazione, in questo caso il 33.

L'ultimo numero della prima colonna è 32, che è minore di 33. Il numero successivo, moltiplicando per due, sarebbe stato 64, maggiore di 33, e quindi non veniva nemmeno trascritto.

A questo punto si prendeva in considerazione il secondo numero della moltiplicazione (in questo caso il 33) e si osservava la prima colonna: si evidenziavano i numeri della prima colonna che sommati formavano il numero 33: $32 + 1 = 33$.

Si segnavano i numeri paralleli sull'altra colonna che, sommati davano il risultato della moltiplicazione.

1	15
2	30
4	60
8	120
16	240
32	480

$$15 + 480 = 495$$

La divisione egizia

La divisione segue un procedimento analogo a quello della moltiplicazione; nell'aritmetica egizia, queste due operazioni sono strettamente collegate.

consideriamo la divisione $696 : 29 =$

Come per la moltiplicazione, consideriamo i raddoppi di 29

Ci fermiamo al 16 perché il raddoppiamento successivo porterebbe oltre il 29

La somma degli ultimi due termini (indicati con *) dà esattamente 696; considerando il lato sinistro, vediamo che ciò corrisponde a prendere esattamente 24 (= 8+16) volte il 29.

$$\text{Quindi: } 696 : 29 = 24.$$

	1	29
	2	58
	4	116
	8	232
	16	464

Il sistema di numerazione greco

Uno dei sistemi di numerazione dell'antica Grecia è chiamato **alfabetico**, perché fa corrispondere a ogni numero una lettera dell'alfabeto.

Le prime 9 lettere dell'alfabeto, in ordine, indicavano i numeri dall'1 al 9, le **unità**.

Le successive 9 lettere indicavano le **decine**:

10, 20, 30 e così via fino a 90.

Le ultime 9 lettere indicavano le **centinaia**:

100, 200, 300, fino a 900.

Per arrivare a 900 servivano 3 gruppi di 9 lettere, per un totale di **27 lettere**: l'alfabeto greco però ne aveva solo 24. Per risolvere il problema, gli antichi Greci recuperarono tre lettere molto antiche, che

ormai non usavano più e le inserirono nel loro sistema di numeri:

il digramma (Ϟ), la koppa (Ϛ) e il sampi (ϛ)

per i numeri intermedi come 333 o 724 si sceglieva prima la lettera che corrispondeva alle centinaia, poi quella che corrispondeva alle decine e infine quella per le unità

I NUMERI GRECI

UNITA'		DECINE		CENTINAIA		MIGLIAIA	
1	α'	10	ι'	100	ρ'	1000	,α
2	β'	20	κ'	200	σ'	2000	,β
3	γ'	30	λ'	300	τ'	5000	,ε
4	δ'	40	μ'	400	υ'	10.000	,ι
5	ε'	50	ν'	500	φ'	80.000	,π
6	ς'	60	ξ'	600	χ'	100.000	,ρ
7	ζ'	70	ο'	700	ψ'	200.000	,σ
8	η'	80	π'	800	ω'	300.000	,τ
9	θ'	90	Ϛ'	900	ϛ'	500.000	,φ

I numeri romani

I numeri romani sono stati, per secoli, il principale sistema di numerazione.

Nel sistema numerico romano ogni numero era indicato con un simbolo o con la **combinazione** di più simboli, che probabilmente ebbero origine dall'intaglio di una tacca sul legno come il numero uno (I); il cinque (V) e il dieci (X), possono essere considerati varianti dell'uno.

Simboli di base:

- I = 1
- V = 5
- X = 10
- L = 50
- D = 500
- M = 1000

Il sistema numerico romano ha poche semplici regole: se in una **sequenza** il primo simbolo è quello di **maggiore valore**, per ottenere il risultato

bisogna **sommare** (ad esempio XVIII = 18, CXV = 115); viceversa, se il **valore** del primo simbolo è **inferiore** al secondo si deve **sottrarre** (ad esempio IX = 9, XL = 40).

La **sottrazione** è stata introdotta solo durante il Medioevo; nell'antica Roma il sistema era solo **additivo**: i simboli venivano ripetuti fino a quattro volte, per ottenere la cifra desiderata. In molti degli 80 ingressi del Colosseo, si trova ancora il numero quattro scritto così: IIII e non così: IV.

I simboli **I, X, C e M** possono essere ripetuti consecutivamente, di solito massimo tre volte, mentre i simboli **V, L e D** non possono essere mai usati più di una volta consecutiva.

Il sistema di numerazione arabo

Le cifre numeriche così come le conosciamo e che sono usate nella maggior parte del mondo furono diffuse in Occidente dagli Arabi.

Gli Arabi nei loro commerci e durante la loro espansione entrarono in contatto con l'India e dalla civiltà indiana impararono i numeri come li conosciamo oggi.

Un grande matematico arabo, *Al Khwarizmi*,



nato nell'843, divenne famoso grazie ai suoi libri con cui contribuì a diffondere la *notazione posizionale* delle cifre, *lo zero* e i *metodi di calcolo di origine indiana*.

Leonardo Fibonacci (Pisa, 1170 - 1250), assieme al padre, facoltoso mercante, si recò nell'attuale Algeria dove studiò i procedimenti aritmetici che si stavano diffondendo nelle varie regioni del mondo islamico.



Nel 1202 pubblicò il *Liber Abaci*, opera nella quale *introdusse per la prima volta in Europa le nove cifre*, da lui chiamate *indiane* e il segno 0, che in latino è chiamato "*zephirus*"

(*zefiro*), adattamento dell'arabo *sifr*, che significa *zero*.

Per mostrare l'utilità del nuovo sistema egli pose sotto gli occhi del lettore una *tabella comparativa* di numeri scritti nei due sistemi, romano e indiano.